

**MAT 322 MATEMATİKSEL DENKLEMLERİN BİLGİSAYAR DESTEKLİ
ÇÖZÜMLERİ II BÜTÜNLEME CEVAP ANAHTARI**

S-1) $y'' - y = 0, y(0) = 0, y(1) = 1$ sınır değer problemini En Küçük Kareler Metodu ile çözen bir kod yazınız.

C-1)

```
ClearAll["Global`*"];
n=3
3

$$\sum_{i=0}^n \alpha_i x^i$$

u[x_]:=i=0
myODE=u"[x]-u[x]
- $\alpha_0-x \alpha_1+2 \alpha_2-x^2 \alpha_2+6 x \alpha_3-x^3 \alpha_3$ 
kalan=Collect[%,{ $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2,\alpha_3$ }]
- $\alpha_0-x \alpha_1+(2-x^2) \alpha_2+(6 x-x^3) \alpha_3$ 
a=First[Solve[(u[x]/.x->0)==0]]
{ $\alpha_0->0$ }
kalan1=kalan/.%
-x  $\alpha_1+(2-x^2) \alpha_2+(6 x-x^3) \alpha_3$ 
a1=u[x]/.%%
x  $\alpha_1+x^2 \alpha_2+x^3 \alpha_3$ 
(%/.x->1)==1
 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3==1$ 
b=Solve[%, $\alpha_3$ ][[1]]
{ $\alpha_3->1-\alpha_1-\alpha_2$ }
kalan1/.%
-x  $\alpha_1+(6 x-x^3) (1-\alpha_1-\alpha_2)+(2-x^2) \alpha_2$ 

$$S=\int_0^1 \%^2 dx$$

341/35-(808  $\alpha_1$ )/35+(1436  $\alpha_1^2$ )/105-(1171  $\alpha_2$ )/105+(2783  $\alpha_1 \alpha_2$ )/210+(449  $\alpha_2^2$ )/105
NSolve[{D[S, $\alpha_1$ ]==0,D[S, $\alpha_2$ ]==0},{ $\alpha_1,\alpha_2$ }]
{{ $\alpha_1->0.851461,\alpha_2->-0.0153769$ }}
bilinmeyenler=First[%]
{ $\alpha_1->0.851461,\alpha_2->-0.0153769$ }
SetPrecision[u[x]/.a/.b/.,4]
0.8515 x-0.01538 x2+0.1639 x3
```

S-2) $y'' + y = 2x(x - 1), y(0) = 0, y(1) = 0$ sınır değer problemini $h = 0.2$ adım uzunluğu ile Sonlu Farklar Metodu ile çözen bir kod yazınız.

C-2)

```
ClearAll[n,a,b,h,y]
n=5;
a=0;
b=1;
h=(b-a)/n;
y[0]=0;
y[n]=0;
For[i=1,i<=n-1,i++,x[i]=a+i*h;eqn[i]=Expand[(y[i+1]-2*y[i]+y[i-1])/h^2+y[i]]==2*x[i]*(x[i]-1)];
eqn1=Table[eqn[i],{i,1,n-1}]
{-49 y[1]+25 y[2]==-(8/25),25 y[1]-49 y[2]+25 y[3]==-(12/25),25 y[2]-49 y[3]+25 y[4]==-(12/25),25 y[3]-49 y[4]==-(8/25)}
NSolve[eqn1]
{{y[1]->0.0357169,y[2]->0.0572051,y[3]->0.0572051,y[4]->0.0357169}}
Table[{N[a+i*h],%[[1,i,2]]},{i,1,4]}/TableForm
{ {0.2, 0.0357169},
  {0.4, 0.0572051},
  {0.6, 0.0572051},
  {0.8, 0.0357169}}
S-3)  $\begin{cases} y_1' = y_2, y_1(0) = 1 \\ y_2' = 1 + y_2, y_2(0) = 1 \end{cases}$ 
```

başlangıç değer problemini, [0,1] aralığında $h = 0.2$ adım uzunluğuyla Euler metodu ile çözen bir kod yazınız.

C-3)

```
ClearAll[x,y1,y2,data1,data2];
h=0.2
0.2
M=5
5
x[0]=0
0
y1[0]=1;y2[0]=1;
Do[x[k+1]=x[k]+h;y1[k+1]=y1[k]+h*y2[k];y2[k+1]=y2[k]+h*(1+y2[k]),{k,0,M-1}]
data1=Table[{x[k],y1[k]},{k,0,M}]
{{0,1},{0.2,1.2},{0.4,1.48},{0.6,1.856},{0.8,2.3472},{1.,2.97664}}
data2=Table[{x[k],y2[k]},{k,0,M}]
{{0,1},{0.2,1.4},{0.4,1.88},{0.6,2.456},{0.8,3.1472},{1.,3.97664}}
```

S-4) $\begin{cases} y_1' = y_2, y_1(0) = 1 \\ y_2' = -y_1, y_2(0) = 0 \end{cases}$

başlangıç değer problemini Laplace Dönüşüm Metodu ile çözen bir kod yazınız.

C-4)

```
ClearAll[de1,de2,init, D1,D2, Y1,Y2,y1,y2];
de1=y1'[t]==y2[t>(*1.diferansiyel denklem*)
y1'[t]==y2[t]
de2=y2'[t]==-y1[t>(*2.diferansiyel denklem*)
y2'[t]==-y1[t]
init={y1[0]->1,y2[0]->0}(*başlangıç koşulları*)
{y1[0]->1,y2[0]->0}
D1=LaplaceTransform[de1,t,s>(*1.diferansiyel denklemin Laplace dönüşümü*)
s LaplaceTransform[y1[t],t,s]-y1[0]==LaplaceTransform[y2[t],t,s]
D2=LaplaceTransform[de2,t,s>(*2.diferansiyel denklemin Laplace dönüşümü*)
s LaplaceTransform[y2[t],t,s]-y2[0]==-LaplaceTransform[y1[t],t,s]
Y=Solve[{D1,D2},{LaplaceTransform[y1[t],t,s],LaplaceTransform[y2[t],t,s]}(*Laplace dönüşümlerinin elde edilmesi*)
{{LaplaceTransform[y1[t],t,s]->-((-s y1[0]-y2[0])/(1+s^2)),LaplaceTransform[y2[t],t,s]->-((y1[0]-s y2[0])/(1+s^2))}}
Y[[1]](*matrisin 1. satırını*)
{LaplaceTransform[y1[t],t,s]->-((-s y1[0]-y2[0])/(1+s^2)),LaplaceTransform[y2[t],t,s]->-((y1[0]-s y2[0])/(1+s^2))}
Y1=%[[1,2]](*listenin 1. elemanının 2. kısmını*)
-((-s y1[0]-y2[0])/(1+s^2))
Y2=%[[2,2]](*listenin 2. elemanının 2. kısmını*)
-((y1[0]-s y2[0])/(1+s^2))
Y1=Y1/.init(*başlangıç koşullarının yerine yazılması*)
s/(1+s^2)
Y2=Y2/.init(*başlangıç koşullarının yerine yazılması*)
-(1/(1+s^2))
y1=InverseLaplaceTransform[Y1,s,t]//Expand(*y1(t) çözüm fonksiyonu*)
Cos[t]
y2=InverseLaplaceTransform[Y2,s,t]//Expand(*y2(t) çözüm fonksiyonu*)
-Sin[t]
```

$$\mathbf{S-5)} \begin{cases} x_1' = -1002x_1 + 1000x_2^2, x_1(0) = 1 \\ x_2' = x_1 - x_2 - x_2^2, x_2(0) = 1 \end{cases}$$

başlangıç değer probleminin çözümü için ilk 3 yaklaşımı Picard Ardışık Yaklaşımlar Metodu ile bulan bir kod yazınız.

C-5)

```
ClearAll[f1,f2,t,x1,x2,M];
f1[t_,x1_,x2_]:=-1002x1+1000*x2*x2
f2[t_,x1_,x2_]:=x1-x2-x2*x2
t[0]=0
0
x1[0][t]=1
1
```

```

x2[0][t]=1
1
M=3
3
Do[x1[k+1][t]=x1[0][t]+Integrate[f1[t,x1[k][t],x2[k][t]]/.t-
>s,{s,t[0],t}];x2[k+1][t]=x2[0][t]+Integrate[f2[t,x1[k][t],x2[k][t]]/.t->s,{s,t[0],t}},{k,0,M-1}]
Table[{x1[k+1][t],x2[k+1][t]},{k,0,M-1}]/MatrixForm
({
  {1-2 t, 1-t},
  {1-2 t+2 t^2+(1000 t^3)/3, 1-t+t^2/2-t^3/3},
  {1-2 t+2 t^2-(4 t^3)/3-(251750 t^4)/3+(550 t^5)/3-(500 t^6)/9+(1000 t^7)/63, 1-t+t^2/2-t^3/6+(503 t^4)/6-
(11 t^5)/60+t^6/18-t^7/63}
})

```

14.06.2019

Prof. Dr. Vedat Suat ERTÜRK